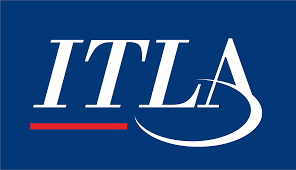
****

**Tarea 6 de investigación**

**Tama**

investigar teoremas de Muestreo, Nyquist y Fourier

**Estudiante**

Delinson Vicente

**Asignatura**

Microcontroladores

**Carrera**

Telecomunicaciones

**Profesor**

Carlos Pichardo

**Investigación sobre teorema de muestreo**

El **teorema de muestreo**, también conocido como **teorema de muestreo de Nyquist-Shannon**, es un principio fundamental de la teoría de señales y procesamiento digital que permite convertir una señal analógica en una señal digital sin perder información **(bajo ciertas condiciones)**.

**¿Qué es el Teorema de Muestreo?**

El **teorema de muestreo** establece que:

**Una señal analógica de banda limitada puede ser representada completamente por sus muestras discretas si es muestreada a una tasa mayor o igual al doble de su máxima frecuencia.**

Este doble de la máxima frecuencia se conoce como la **frecuencia de Nyquist**.

## ¿Cómo funciona?

Supón que tienes una señal analógica continua con una **frecuencia máxima fmaxf\_{max}fmax​** (es decir, no contiene componentes de frecuencia mayores).

El teorema dice que para reconstruir perfectamente esa señal después de muestrearla, debes tomar muestras a una **frecuencia de muestreo fsf\_sfs​** tal que:

≥ 2 ×

Donde:

* ​: Frecuencia de muestreo (en Hz)
* ​: Frecuencia máxima presente en la señal original

Si no se cumple esta condición, ocurre un **fenómeno llamado aliasing**, donde frecuencias altas se distorsionan y aparecen como frecuencias más bajas en la señal muestreada, haciendo imposible reconstruir la señal original.

## Ejemplo simple

* Una señal de audio con frecuencias de hasta **20 kHz** (como el oído humano).
* Según el teorema, se necesita una **frecuencia de muestreo mínima de 40 kHz**.
* Por eso, los CD de música usan una frecuencia estándar de **44.1 kHz**.

## ¿Quién lo formuló y cuándo?

* El teorema fue desarrollado de forma independiente por **Harry Nyquist** (1928) y **Claude Shannon** (1949).
* También fue anticipado por **E.T. Whittaker** (1915), **Vladimir Kotelnikov** (1933) y otros, pero se popularizó en el contexto digital gracias a Shannon.
* Por eso, a veces se le llama **Teorema de Nyquist-Shannon** o **Teorema de Whittaker-Shannon-Kotelnikov**.

## Aplicaciones del Teorema de Muestreo

* **Procesamiento de audio** (CDs, MP3, streaming).
* **Video digital** (cámaras, compresión de video).
* **Comunicaciones digitales** (radio, TV, Wi-Fi).
* **Instrumentación** (osciloscopios digitales, sensores).
* **Procesamiento de señales biomédicas** (ECG, EEG).
* **Sistemas de radar y sonar**.
* **Sistemas embebidos y microcontroladores**, al usar conversores **ADC (analógico a digital)**.

**Investigación sobre el teorema de Nyquist**

**¿Qué es el Teorema de Nyquist?**

El **teorema de Nyquist** establece una condición fundamental para el **muestreo de señales analógicas** con el fin de digitalizarlas correctamente. Este teorema dice que:

**Para evitar la distorsión (aliasing) al muestrear una señal analógica, la frecuencia de muestreo debe ser al menos el doble de la frecuencia máxima presente en la señal.**

Esta frecuencia mínima de muestreo se conoce como la **frecuencia de Nyquist**.

**¿Cómo funciona?**

Imagina una señal analógica con componentes de frecuencia hasta un máximo de fmaxf\_{max}fmax​. Para digitalizarla correctamente:

≥ 2 ×

Donde:

* ​: Frecuencia de muestreo.
* Frecuencia máxima de la señal original.

Si se cumple esta condición, es posible **reconstruir exactamente** la señal original a partir de las muestras.

Si **no se cumple**, ocurre **aliasing**: las frecuencias altas se “confunden” con frecuencias más bajas en el dominio digital, distorsionando la señal.

**¿Quién lo formuló y cuándo?**

* El teorema se basa en el trabajo de **Harry Nyquist**, un ingeniero de los Laboratorios Bell, quien en **1928** formuló principios relacionados con la **transmisión de señales** por canales de ancho de banda limitado.
* Más tarde, **Claude Shannon** en 1949 formalizó el teorema completo en el contexto de la teoría de la información.
* Por ello, el teorema también se conoce como el **Teorema de Nyquist-Shannon**.

## Representación gráfica (descripción)

Un gráfico típico muestra:

* En el eje x: la frecuencia.
* La señal original contenida hasta
* A partir del muestreo, aparecen réplicas espectrales.
* Si < 2 × , estas réplicas se superponen (aliasing).
* Si ≥ 2 × ​, no hay superposición y se puede reconstruir la señal original con un filtro paso bajo.

## Ejemplo práctico

* Una señal de voz humana (hasta 4 kHz).
* La frecuencia mínima para muestrearla es de 8 kHz.
* Por eso, las llamadas telefónicas tradicionales usan 8 kHz como frecuencia de muestreo.

## Aplicaciones del Teorema de Nyquist

* **Audio digital** (CDs, streaming, MP3).
* **Video digital** (muestreo de imagen, cámaras).
* **Comunicaciones** (Wi-Fi, radio, 5G).
* **Instrumentación digital** (osciloscopios, sensores).
* **Medicina** (ECG, EEG, IRM).
* **Robótica y sistemas embebidos** (ADC en microcontroladores).
* **Sistemas de radar y navegación**.

## Diferencia con el Teorema de Muestreo

* El **teorema de Nyquist** establece la **frecuencia mínima de muestreo**.
* El **teorema de muestreo** (formulado por Shannon) formaliza el proceso completo de **muestreo y reconstrucción**.
* Ambos están íntimamente ligados, y muchas veces se usan de forma intercambiable como “teorema de Nyquist-Shannon”.

**Investigación Transformada de Fourier**

**¿Qué es la Transformada de Fourier?**

La **Transformada de Fourier (TF)** es una herramienta matemática que permite **convertir una señal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia**. Esencialmente, descompone una señal compleja en una suma de **ondas senoidales** (frecuencias puras), permitiendo analizar su **contenido espectral**.

**Definición formal (para señales continuas):**

X(f)= dt

Donde:

* x(t): señal en el tiempo
* X(f): transformada de Fourier (espectro de frecuencias)
* f: frecuencia
* j: unidad imaginaria

**¿Cómo funciona?**

* Una señal, por ejemplo de audio, puede parecer complicada en el tiempo.
* La Transformada de Fourier **identifica qué frecuencias** (y con qué amplitudes y fases) están presentes en esa señal.
* Esto se hace **integrando** la señal multiplicada por funciones senoidales complejas.

**¿Por qué funciona?**

* Toda señal periódica (y muchas no periódicas) puede representarse como suma infinita de senoidales (series de Fourier).
* La TF extiende esta idea al análisis de señales no necesariamente periódicas.

## ¿Quién la formuló y cuándo?

* Fue desarrollada por el **matemático francés Jean-Baptiste Joseph Fourier**, quien presentó sus ideas en **1807** y las publicó formalmente en **1822** en su obra "La Théorie analytique de la chaleur" (La teoría analítica del calor).
* Aunque su trabajo se centraba en la conducción de calor, sus métodos se extendieron rápidamente al análisis de señales, vibraciones, electromagnetismo, entre otros.

**Aplicaciones de la Transformada de Fourier**

La Transformada de Fourier es una de las herramientas más utilizadas en ciencia e ingeniería. Algunas aplicaciones:

**1. Procesamiento de señales:**

* Espectros de audio (identificar frecuencias musicales o ruido).
* Filtrado digital (paso bajo, paso alto).
* Codificación de voz y compresión.

**2. Telecomunicaciones:**

* Análisis de espectros de radiofrecuencia.
* Modulación/demodulación de señales (AM, FM, PSK...).
* OFDM en 4G/5G (usa FFTs).

**3. Procesamiento de imágenes:**

* Compresión (JPEG usa transformadas tipo Fourier).
* Detección de bordes y patrones.
* Filtros en el dominio de la frecuencia.

**4. Medicina:**

* Análisis de EEG, ECG (actividad cerebral y cardíaca).
* Resonancia magnética (MRI) usa Fourier para reconstruir imágenes.

**5. Ingeniería:**

* Análisis estructural por frecuencias naturales.
* Diagnóstico de maquinaria (vibraciones, espectros).

**6. Física:**

* Estudio de ondas y sistemas dinámicos.
* Óptica (difracción y propagación de ondas de luz).

|  |  |
| --- | --- |
| **Tipo** | **Descripción** |
| **Transformada continua** | Señales analógicas infinitas en tiempo y frecuencia. |
| **Transformada discreta (DFT)** | Para señales digitales con duración finita. |
| **Transformada rápida (FFT)** | Algoritmo eficiente para calcular la DFT (muy usado). |
| **Transformada inversa** | Permite reconstruir la señal original desde la frecuencia. |

**Ejemplo simple:**

Si tienes esta señal:

x(t)= sin(2π10t) + sin(2π30t)

Su transformada de Fourier mostrará **dos picos de frecuencia** en 10 Hz y 30 Hz, lo que indica que esas dos senoidales componen la señal.